

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – febbraio 2023



Domanda 1 (punti 3, 6).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\log(x+3)}{x^2 - 5x + 6}$$

Dominio	$E = (-3, +\infty) \setminus \{2, 3\}$
Positività	$P = (-2, 2) \cup (3, +\infty)$
Intersezioni	$A(-2; 0) \quad B(0; \log 3 / 6)$

Domanda 2 (punti 3, 6).**

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 2x + 3} - \sqrt{9x^2 + 4x - 3})$ e $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot e^{x^2 + 2x - 3} - 1}{4x^2 - 3x - 1}$

Soluzioni	-1/3; 1
-----------	---------

Domanda 3 (punti 3, 6).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \frac{x^2 + 3x - 3}{x - 4}$

Derivata prima	$f' = \frac{x^2 - 8x - 9}{(x - 4)^2} \quad E = \mathbb{R} \setminus \{4\}$
Estremi	$M(-1; 1) \quad m(9; 21)$ cresce in $(-\infty, -1) \cup (9, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3, 6).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \log(2x^3 + 1)$

Derivata prima	$f' = \frac{6x^2}{2x^3 + 1} \quad E = (-\sqrt[3]{1/2}, +\infty)$
Derivata seconda	$f'' = \frac{12x \cdot (1 - x^3)}{(2x^3 + 1)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(0; 0); F_2(1; \log 3)$ convessa in $(0, 1)$

Domanda 5 (punti 2, 6).**

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{5x^3 - 3x^2 + 2x - 1}{x^2 - 1}$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$
As. verticali	$x = -1$ e $x = 1$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 5x - 3$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^1 \left(\frac{3x-2}{4x+6} \right) dx \quad \text{e} \quad \int \log(1-2x) dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{1}{8}(6x - 13\log(4x+6))$ $\frac{1}{8}\left(6 - 13\log\left(\frac{5}{3}\right)\right) \approx -0,0801$
Integrale indefinito	$\left(x - \frac{1}{2}\right)\log(1-2x) - x + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} x + k \cdot y + 3z = 3 \\ -3x + 3z = 2 \\ k \cdot x + 6y + 2z = 0 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -6; 4$: incompatibile $k \neq -6; 4$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{4k+18}{-3k^2-6k+72}; y = \frac{3k+22}{3k^2+6k-72}; z = \frac{2(k^2-33)}{3k^2+6k-72}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = -x^2 + 4x \cdot y + 2x - 2y^2 + 4y - 1$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x - y = -2$.

Derivate parziali	$f_x = -2x + 4y + 2 \quad f_y = 4x - 4y + 4$
Estremi liberi	$S(-3; -2) \quad z = -8 \quad H = -8$
Estremi vincolati	$M(1; 4) \quad \lambda = 8 \quad z = 0$ $H = 2$

Domande teoriche.

- 1) Definizione di limite e legame con asintoti orizzontali (punti 2, 4*)
- 2) Proprietà dell'integrale indefinito (punti 2, 4*)
- 3) Definizione di massimo vincolato con condizioni necessarie e sufficienti (punti 2, 4*)

*Punteggi solo II parte contrassegnati con * (solo I parte con **).*